

АНАЛИЗА ПРАЋЕЊА СТАЊА СИСТЕМА КОРИШЋЕЊЕМ МАРКОВЉЕВИХ ПРОЦЕСА СА ДИСКРЕТНИМ СТАЊЕМ И ДИСКРЕТНИМ ВРЕМЕНОМ

Данило Микић¹, Ненад Јањић², Владимир Микић³, Владимир Блануша⁴

Резиме: Машине су изложене оптерећењима и утицају околине, што временом доводи до деформација и оштећења. Предвиђање пропадања система је важно како би се одредили избори одговарајућег начина одржавања и планирања већих интервенција. Предвиђања одржавања система је могуће остварити анализом Марковљевих процеса. Овај рад се бави анализирањем предвиђања праћења стања машинских система на нивоу одржавања лежajних склопова и то помоћу оптималне стратегије графика прелаза. У раду ће бити описане методе за одређивање најбоље стратегије одржавања, изабрана оптимизација и дате препоруке за њихову употребу.

Кључне речи: Марковљев модел, дијагностика система, густина вероватноће прелаза, хомогени процеси, непрекидни процеси, стратегија одржавања, економска ефикасност.

ANALYSIS OF MONITORING THE STATE OF THE SYSTEM USING MARK'S PROCESSES WITH DISCRETE STATE AND DISCRETE TIME

Abstract: Machines are exposed to loads and environmental influences, which over time leads to deformations and damage. Predicting system failure is important in order to determine the choices of the appropriate way to maintain and plan major interventions. Predictions of system maintenance can be realized by analyzing Markov processes. This paper deals with the analysis of the prediction of the monitoring of the state of machines systems at the level of maintenance of bearing assemblies with the help of the optimal strategy of transition graphs. The paper will describe methods for determining the best maintenance strategy, selected optimization and give recommendations for their use.

Key words: Mark's model, system diagnostics, probability transition density, homogeneous processes, continuous processes, maintenance strategy, economic efficiency.

1. УВОД

Данас не постоји један метод која би могао да се подједнако добро користити у оквиру брзе дијагностике и на периодично праћење машинских система. Многе методе имају ограничења у обиму испитивања. Ниске фреквенције ротације, ударна оптерећења, извори случајних високих фреквенција вибрације значајно компликују дијагностику.

На тај начин, сваке различите методе имају значајна ограничења и могу се користити само у малом броју случајева (у одређеној фази развоја одређеног дефекта или на конкретној техници). Дакле, за ефективну оцену тренутног стања машинских система треба користити неколико различитих метода, на основу којих накнадно се могу израчунати дијагностички критеријуми.

¹ др, Академија струковних студија косовско метохијска - Одсек Звечан, Нушићева бр.6, Звечан, e-mail: mikicdanilo@gmail.com

² др, Висока техничка школа струковних студија, Школска 1, Нови Сад, e-mail: janjic@vtsns.edu.rs

³ М.Сц., Алфа БК Универзитет, Факултет информacionих технологија, Палмира Тољатија 3, Нови Београд, e-mail: vladimir.mikic@alfa.edu.rs

⁴ др, Висока техничка школа струковних студија, Школска 1, Нови Сад, e-mail: blanusa@vtsns.edu.rs

Други проблем који настаје у дијагностици је потреба да се употребе додатни априорни подаци (фреквенција ротације, конструктивне карактеристике итд.). Уколико брзина обртања неког машинског система може се приближно одредити, онда на пример на машинском систему геометријске димензије лежаја, по правилу су непознате. Дакле, у изградњи дијагностичких критеријума користећи априори механизме, податке треба свести на минимум.

Било који параметри вибрација или мерења температуре, буке, шума, броја обртаја, добијени на радним уређајима (агрегатима), садрже дијагностичке информације, описујући стање истовремено неколико компоненти машина. Да би се побољшала веродостојност дијагностике неопходно је искључити разматрања компоненти друге природе. Таква решења отежавају дијагностику, јер захтевају потребу за проценом могућег утицаја, на основу посматраних података сила другачије природе од разних извора (вратило, радно коло, спојница, итд.) [1], на основу извршених процена и формирања дијагностичких критеријума [2].

Да би илустровали анализу, спроведену у раду [3] и на основу теоријског знања и практичног искуства, која се стекла током извођења дијагностичког рада у различитим индустријским предузећима, је спроведена класификација разматраних више метода по критеријуму као што су спровођење хардвера, подобност за брзу анализу и периодично праћење, отпорност, потреба коришћења априори података, област примене итд.

2. МЕТОД РАДА

Оцена и пракса истраживања на пољу сложених техничких система истовремено са неколико дијагностичких критеријума, веома је дуготрајан процес. Зато је много лакше и ефикасније да се примењују математички модели, једначине система у једнодимензионалном простору. Ове једначине описују прошло, садашње и будуће понашање система [4, 5, 6]. У једначинама фигуришу променљиве стања система, које се дефинишу као минималан скуп променљивих посматрано од времена који заједно са задатим улазом одређује стање система у будућем времену. Истраживања проблема из ове области су интезивна како код нас тако и у свету, да се повећа како ефективна процена стања система, тако и оптимална стратегија одржавања машинских система. Концепт простора стања у истраживању дијагностике на техничким системима има неколико предности у односу на класични приступ, посебно ако се посматра са аспекта коришћења дигиталних рачунара [7,8].

Сумирајући резултате анализе, можемо формулисати основне услове за дијагностику сложених система. Прво, потребно је да се добије универзална процена стања система на основу примене различитих параметара и критеријума. Количина претходних података треба да се сведе на минимум, и утицај различитих фактора који нарушавају дијагностичке информације, по могућности треба елиминисати.

На тај начин, када се у дијагностици искључује „људски фактор” препоручљиво је да се користи један критеријум, формиран „најбољи” начин N -димензионални, где је N -број употребљених дијагностичких критеријума за решавање задатака скаларизације. У овом делу преласка на линеаризоване вредности (једним дијагностичким критеријумом) важно је одредити „одвојеност” као дијагностички критеријум. Осим тога, неопходно је на основу добијених података предложити адекватан модел описујући развој дефекта, и математички апарат, процену са датом тачношћу, тренутни статус који дијагностикује локацију отказа.

Провера исправности, радне способности и функционалности техничког система, уз лоцирање места отказа на најнижем хијерархијском нивоу, су елементи система на бази

које се врши процена преосталог века коришћења система [9]. Значајни економски ефекти и снижење експлоатационих трошкова кроз правовремено откривање могућих узрока отказа компоненти техничког система, могуће је остварити кроз примену метода и средстава техничке дијагностике. При томе дијагностика и дефинисање узрока могу се остварити у току саме експлоатације система или у оквиру застоја и времена за ремонт постројења и опреме, па се разликују експлоатациона и ремонтна техничка дијагностика, као саставни елементи одржавања према стању. Значајна примена техничке дијагностике је и код прогнозирања краткорочне и дугорочне поузданости техничког система и њене оптимизације, најчешће по економском критеријуму [10].

Методе мерења при утврђивању техничког система, које представљају скуп посебних поступака при којима се дефинишу односи неких измерених величина, могу бити апсолутне и релативне, контактне и бесконтактне методе, методе мерења или диференцијалне и комплексне методе мерења. Основна карактеристика метода испитивања без разарања материјала је непосредно извођење на предметима контроле, без узимања узорка и њиховог разарања. С друге стране, испитивање материјала разарањем материјала је утврђивање својстава материјала, кроз коришћење проба узетих из конкретног дела. Савремене технике испитивања материјала са разарањем омогућују испитивања следећих својстава: својства чврстоће, стабилност на повишеној температури, пластичност, отпорност на крти лом, отпорност према оксидацији површине, отпорност према интеркристалној и напонској корозији, заварљивост материјала, релаксације и др.

Непостојање прописа о дозвољеним вредностима дијагностичких критеријума и неопходност за њихово коришћење отежавају формализовање дијагностичких поступака. Кључни фактори, одређивања значајне анализе, су искуство и стручно знање коришћења дијагностике. Особености рада одвојених група сложених система у већини случајева не дозвољавају преношење искуства на друге објекте.

Анализа описана у раду обухватиће теоријске аспекте дијагностике сложених техничких система, као и могућности у разлици дијагностиковања одржавња система. Представљен је теоријски и математички алат како би се обезбедила прикладност контроле сложених техничких система. Наводе се принципи за један критеријум и више критеријумска оптимизација дијагностике сложених система са више кварова.

Тренутно, велики број математичких метода планирања експеримената, операционих истраживања, итд. омогућавају да на основу постојећих математичких апарата реализује успешне одговоре и да изазове било ког степена сложености.

Решење посебног практичног проблема задатка, у великој мери као што је добра исправност поставке израде математичког модела и образложење избора математичког апарата, посебно је важно да се размотре све могуће појаве понашања посматраног модела [11, 12, 13].

Марковљеви модели су функције две случајне променљиве величине: стања система $X_{(t)}$ и времена посматрања тог система t . Оне могу бити дискретне или континуалне случајне променљиве величине. У зависности од типа случајних променљивих величина, Марковљеви модели могу имати четири различита облика:

1. Обе случајне променљиве величине ($X_{(t)}; t$) су дискретног типа;
2. Случајна променљива величина $X_{(t)}$ је континуалног типа, а случајна променљива величина t је дискретног типа;
3. Случајна променљива величина $X_{(t)}$ је дискретног типа, док је случајна променљива величина t континуалног типа;
4. Обе случајне променљиве величине ($X_{(t)}; t$) су континуалног типа.

Модели Марковљева, где је случајна променљива величина t дискретног типа, називају се низови (ланци) Маркова (1; 2), док се модели Марковљева са случајном променљивом величином t континуалног типа зову процеси Маркова (3; 4). Са аспекта поузданости и расположивости система, од значаја је процес Маркова где је стање система $X_{(t)}$ случајна променљива величина дискретног типа, а време t случајна променљива величина континуалног типа.

Да бисмо Марковљев ланац у потпуности описали морамо, осим матрице вероватноће преласка, познавати и вектор почетних вредности, који представља стање Марковљевог ланца у почетном тренутку посматрања, тј. вредност случајне променљиве X_0 .

3. РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА И ДИСКУСИЈА

За избор математичког апарата у овом раду, спроведена је компаративна анализа са неколико метода, од којих свака функционише различито на комплетност података (потпуна сигурност, ризик и неизвесност). Као метод усвојеног решења у условима неизвесности изабран је метод некомплетних података (у условима ризика) - Марков случајни процес.

Могућности Марковљевих случајних процеса [1, 3], представљају описивање понашања стохастичких система, у коме почетак следећег стања зависи непосредно од претходног стања система, тј. случајних величина $\{\xi_n\}$, где је $t_0 < t_1 < \dots < t_n$ (тренутак времена). Марковљев процес за све могуће вредности случајних променљивих величина се израчунава $\xi_{t_0}, \xi_{t_1}, \dots, \xi_{t_n}$:

$$P\{\xi_{t_n} = x_n \mid \xi_{t_{n-1}} = x_{n-1}, \dots, \xi_{t_0} = x_0\} = P\{\xi_{t_n} = x_n \mid \xi_{t_{n-1}} = x_{n-1}\} \quad (1).$$

Понашање система у овом тренутку времена t_{n+1} описано је матрицом прелазних вероватноћа. Знајући коначну матрицу вероватноћа може се предвидети „гранично” понашање разматраног система [3, 13, 14].

Да би смо у описивању понашања система представљали математички модел и методологију која се користи за анализу и решавање конфликтних ситуација система и делимично конфликтних ситуација система у одабиру стратегија, где је главни циљ супротстављање интереса (мишљења) о рационалном понашању система користећемо теорију игара.

Да би коришћењем одговарајућег математичког модела могли анализирати конфликтну ситуацију, неопходно је извршити такво упрошћавање које омогућава укључивање у разматрање само најзначајнијих фактора који утичу на могући исход грешке у систему. Користећи се статистиком као алатом, а на основу различитих критеријума који имају квалитативан приступ, долази се до одлука у ситуацијама неизвесности посматраног система.

Свака наведена стратегија одржавања система је изналажење одабира варијанти оптималне стратегије одржавања система, при сваком појединачном току у различитим ситуацијама са различитим циљевима. Циљ одређивања је у проналажењу оптималне стратегије, чија примена обезбеђује максималну економску исплативост. Неопходно је истаћи да метода теорије игара служи за анализу и решавање таквих конфликтних ситуација које карактерише виšekратно понављање појединих одлука о могућем разрешењу сукоба интереса између учесника, одржавања.

Према првобитној густини $p(x_1)$ и прелазне вероватноће $\pi(x_i | x_{i-1})$ може бити одређена мултиваријантна густина вероватноће вектора:

$$\{x_1, \dots, x_n\}: p(x_1, \dots, x_n) = p(x_1) \prod_{i=2}^n \pi(x_i | x_{i-1}) \quad (7).$$

Непрекидни Марковљеви процеси са непрекидним временом се јављају у времену непрекидно и имају непрекидну реализацију. Марковљево својство, једначина (1) за ове процесе дефинише, да за узастопним временским тренуцима $t_1 < t_2 < \dots < t_n$ прелазна вероватноћа густине у моменту t_n зависи од вредности x_{n-1} у тренутку t_{n-1} и не зависи од осталих више ранијих вредности:

$$\pi(x_n, t_n | x_{n-1}, t_{n-1}, \dots, x_1, t_1) = \pi(x_n, t_n | x_{n-1}, t_{n-1}) \quad (8).$$

Безусловна густина вероватноће је једнака:

$$p(x_n, t_n; \dots; x_1, t_1) = \pi(x_n, t_n | x_{n-1}, t_{n-1}) p(x_{n-1}, t_{n-1}; \dots; x_1, t_1) \quad (9).$$

Коришћењем једначине (9) може се добити услов за факторизацију стања мултиваријантне густине вероватноће:

$$p(x_n, t_n; \dots; x_1, t_1) = p(x_1, t_1) \prod_{i=2}^n \pi(x_i, t_i | x_{i-1}, t_{i-1}) \quad (10).$$

Израз (10) дефинише вишедимензионалну (мултиваријантну) густину вероватноће Марковљевог процеса кроз једнодимензионалну почетну густину и добијену густину вероватноће прелаза. Ова густина задовољава услове негативности и нормализације.

$$\pi(x, t | x_0, t_0) \geq 0 \quad (11)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \pi(x, t | x_0, t_0) dx = 1 \quad (12).$$

Једначина Колмогоров-Чепмен има облик:

$$\pi(x, t | x_0, t_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \pi(x, t | x_{n-1}, t_{n-1}) \pi(x_{n-1}, t_{n-1} | x_0, t_0) dx_{n-1} \quad (13).$$

Подробније информације о различитим видовима процеса Марковљевог типа могу се наћи у [18, 19, 20, 21]. Важна практична примена Марковљевих случајних процеса је модел са приходима или расходима, који се користи при избору најбоље стратегије одржавања система [3, 20, 21]. Размотримо ово примењивање на примеру Марковљевог процеса са дискретним стањем и дискретним временским интервалима. За сваку могућу стратегију понашања система (укупно N стратегија) на основу прикупљених података саставља се матрица прелазне вероватноће:

$$P^N = \|\pi_{ji}^N(t_n | t_{n-1})\|, \quad i, j = 1, M \quad (14).$$

Једначина (14) карактерише могућу стратегију система. За процену адекватности (једнакости) примене изабране стратегије понашања саставља се матрица трошкова (прихода) облика:

$$R^N = \|\pi_{ij}^N\| \quad (15).$$

Основни практични циљ описаног приступа је избор најбоље стратегије понашања, који има за циљ да повећа профит (или смањи трошкове). У зависности од постављеног задатка, може се сматрати да је ово модел са коначним или бесконачним бројем резултата. Услед ограниченог обима истраживању, у раду су само наведени неки теоретски аспекти решавања проблема. Размотримо наизменично фазе за решавање ових проблема.

Нека је број стања за сваку фазу једнак m . Нека је оптимални очекивани приход, добијен у фазама од n до N , кроз $f_n(i)$ при условима, да се систем налази у почетној фази n у стању i . Једначина, повезивања f_n и f_{n+1} , може се написати на следећи начин:

$$f_n(i) = \max_k \left\{ \sum_{j=1}^m p_{ij}^k [r_{ij}^k + f_{n+1}(j)] \right\}, n=1, 2, \dots, N \quad (16)$$

где је: $f_{N+1}(j) \equiv 0$ за j .

Уводимо следеће значење:

$$v_i^k = \sum_{j=1}^m p_{ij}^k r_{ij}^k \quad (17).$$

Заменом израза (17) у једначини (16) добијамо следеће:

$$f_n(i) = \max_k \{v_i^k\}, f_n(i) = \max_k \left\{ v_i^k + \sum_{j=1}^m p_{ij}^k f_{n+1}(j) \right\} n=1, 2, \dots, N-1 \quad (18).$$

Многа истраживања у пракси вршена су моделима са бесконачним бројем корака, која могу бити решена методом интерације (где се почетни задатак преводи у следећи проблем) о стратегијама (план који треба да доведе до остварења компликованог циља, а који се не фокусира на детаље) путем претраге, и методом потпуног разбијања. Размотримо подробније сваку од постојећих метода.

3.1. Метод итерације о стратегијама

Итеративни процес се састоји од два главна корака:

1. За сваку стратегију s и одговарајуће матрице P^s и R^s при условима $f^s(m) = 0$ решавамо једначину:

$$E^s + f^s(i) - \sum_{j=1}^m p_{ij}^k f^s(j) = v_i^s, i=1, 2, \dots, m \quad (19)$$

где је: релативно непозната $E^s, f^s(1), \dots, f^s(m-1)$.

2. За свако стање I одређује се алтернатива k , дајући:

$$\max_k \left\{ v_i^k + \sum_{j=1}^m p_{ij}^k f^s(j) \right\}, i=1, 2, \dots, m \quad (20).$$

Добијена оптимална решења за стања $1, 2, \dots, m$ формирају нову стратегију t . Ако су s и t идентични, то је итерација претраге завршена. У овом случају, t је оптимална стратегија. У супротном случају претпоставимо да је $s = t$ и враћамо се на корак 1.

3.2. Метод потпуног разбијања

Модел Маркова је дефинисан скупом вероватноћа p_{ij} преласка система из стања i у стање j , где i и j могу бити било која стања у којима се систем може налазити, при чему та вероватноћа зависи само од стања i и j (од стања из којег прелази и стања у које прелази) и ниједног другог.

Код методе потпуног разбијања на основу познате прелазне вероватноће p_{ij}^s , (из стања i у стање j после s корака), и прихода (расхода) r_{ij}^s за сваку од стратегија одржавања система, на основу формуле (17) израчунавамо величину очекиваног прихода стратегије $v_i^s, i=1, 2, \dots, m$. Из система једначина:

$$\begin{cases} \pi^s P^s = \pi^s \\ \pi_1^s + \pi_2^s + \dots + \pi_m^s = 1 \end{cases} \quad (21).$$

израчунавамо границу прелаза вероватноће π_i^s .

За израчунавање очекиваног прихода v_i^s и границу прелаза вероватноће π_i^s по формули:

$$E^s = \sum_{i=1}^m \pi_i^s v_i^s \quad (22)$$

израчунавамо очекивани приход за један корак при изабраној стратегији s . Оптимална стратегија s^* се одређује из услова:

$$E^{s^*} = \max_s \{E^s\} \quad (23).$$

Очигледно, свака од наведених метода има своју област примене. Дакле, са становишта практичних израчунавања и броја стационарних стратегија у већини случајева користи се метод потпуне претраге. Са великим бројем стратегија најпогоднији је интеративни метод, који одређује оптималну стратегију интеративним начином.

Метод потпуног разбијања представља поступак израде алгорита претраге оптималне стратегије одржавања. За анализу овог решење неопходно је за све могуће варијанте техничког одржавања, на основу израчунатих очекиваних прихода v_i^s и ограничења прелазне вероватноће π_i^s по формули (6), изабрати варијанту са највећим очекиваним приходима E^{s^*} једначина (23).

4. ЗАКЉУЧАК

Методе представљене у овом раду имају висок степен универзалности и могу се користити у свим областима науке и технике, која захтевају поуздану дијагностику техничких система, и ефикасност и контролу техничких објеката, система или производа.

Користећи се приступом Маркових модела, и на основу различитих критеријума који су примењени у раду, Марковљеви ланаци имају квалитативне карактеристике приступа истраживања. Квалитативна анализа нуди детаљне информације нумеричких података где се долази до приступа појава неизвесности посматраног система. Такође примена технике Марковљевих ланаца у раду праћена је одвијањем процеса преласка стања, нпр. квара компоненти система или поправке зависе од стања система, где варирају у зависности од оптерећења, нивоа поремећаја система, структуре система итд.

Нарочито, структура система (нпр. стање мировања система) и политика одржавања могу створити зависности које не могу бити обухваћене другим техникама осим ове.

У многим случајевима није могуће добити независне узорке из расподеле дефинисане помоћу функције $f(x)$, већ се користе зависни узорци најближи задатој расподели добијени коришћењем методе Марковљевих ланаца. Развој ових метода и њихово даље истраживање може допринети проналажењу бољих оцена очекивања $E_{(i)}$ са већом вероватноћом тачности.

Понашање система у тренутку времена писано је матрицом прелаза вероватноће. Знајући коначну матрицу вероватноће може се предвидети „гранично” понашање разматраног система [3].

Неке од ових метода се константно развијају и њихово истраживање траје и данас, што је случај са методама Марковљевих ланаца. Марковљеве методе настављају да буду једне од најкориснијих присупа за научна истраживања због своје једноставности и опште применљивости. Због константног развоја, савремени рачунари ће обезбедити значајне алате за решавање све сложенијих проблема процене очекивања и оптимизације у различитим научним областима.

Технолошки напредак одржавања чини да коришћење компјутерских техника повећава аналитичке могућности и квалитет истраживања. Наравно многи истраживачи су комбиновали различите моделе истраживања као нпр., Марковљеве процесе. На овај начин комбиновања појединих модела развијено је много нових специфичних модела поузданости што је и анализирано у раду.

5. ЛИТЕРАТУРА

- [1] Попков, В.И., Мышинский, Э.Л., Попков, О.И. (1989). *Виброакустическая диагностика в судостроении*. 2-е изд., перераб. и доп. Л.: Судостроение.
- [2] Глухоманюк, Г.Г. (2001). *Влияние факторов взаимодействия на жизнеобеспечение механического оборудования* // Контроль. Диагностика, №8. С. 24 – 33.
- [3] Mikić, D. (2016). *Modeliranje mašinsko tehničkih sistema korišćenjem transformacionih matrica*, Doktorska disertacija.
- [4] Мартынов, В. И., Иванов, Д. Ю. (1999). *Анализ вибрационных характеристик с использованием фазовых плоскостей*. // Сб. науч. докладов IV международной научно-технической конференции “Вибрационные машины и технологии” / С. 189-191, Курск.
- [5] Sokolova, A. G. (2001). *New noise-immune incipient failure detection methods for machinery monitoring and protection systems* // The Fifth International Conference on Vibration Problem, ICOVP.
- [6] Сушко, А. Е. (2007). *Разработка алгоритма скаляризации для оценки вектора признаков при решении задачи диагностики подшипников качения* // Науч.: Сб. науч. тр. В 17 т. М.: Т. 2. С, Сессия МИФИ.
- [7] <https://muricmilorad.files.wordpress.com/2011/11/modelovanje-sau-u-prostoru-stanja.pdf>
- [8] <http://www.tfzr.uns.ac.rs/Content/files/0/MODELI%20SISTEMA%20U%20PROSTORU%20STANJA%2014.pdf>
- [9] Adamović Ž. (1998). *Tehnička dijagnostika*, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, Srbija.
- [10] Adamović Ž. (1988). *Preventivno održavanje u mašinstvu*, Građevinska knjiga, Beograd.
- [11] Вентцель Е.С., (2004). *Исследование операций*. Задачи, принципы, методология: Учебное пособие для вузов. 3-е изд, стереотип. М.: Дрофа, 208 с.
- [12] Адамовић, Ж. (2008). *Техничка дијагностика*, Технички факултет „Михајло Пупин”, Зрењанин.
- [13] Adamović, Ž., Josimović, Lj. (2009). *Vibrodijagnostika i tribodijagnostika mašina*, Društvo za tehničku dijagnostiku Srbije, ISBN 987-86-83701-6, Beograd.
- [14] Radford M. Neal, (1993), *Probabilistic Infetence Using Markov Chain Monte Carlo Methods*, University of Toronto.
- [15] Таха, Хемди А. (2005). *Введение в исследование операций*. 7-е издание.: Пер. с англ. М.: Издательский дом «Вильямс».
- [16] Jovičić M. (2011). *Ekonometrijski metodi i modeli*, Centar za izdavačku delatnost Ekonomskog fakulteta, Beograd.
- [17] Герцбах И.Б., Кордонский Х.Б. (1966). *Модели отказов* / Под ред. Б.В. Гнеденко. М.: Советское радио, 166с.
- [18] Городецкий, А.Я. (2003). *Информационные системы. Вероятностные модели и статистические решения*: Учеб. пособие. СПб: Изд-во СПбГПУ, 326 с.
- [19] Сушко А.Е. (2007). *Разработка алгоритма скаляризации для оценки вектора признаков при решении задачи диагностики подшипников качения* // Науч. Сессия МИФИ-2007: Сб. науч. тр. В 17 т. М.: МИФИ, Т. 2. С.
- [20] Сушко А.Е. (2007). *Разработка математической модели оптимального технического обслуживания и ремонта промышленного оборудования* // Науч. Сессия МИФИ: Сб.науч.тр. В17т. М.: МИФИ, Т.2. С.153-154.

- [21] Сушко А.Е. (2007). *Современные подходы к формированию системы оптимального технического обслуживания и ремонта компрессорного оборудования*// Компрессорная техника и пневматика. №1. С. 33-37.